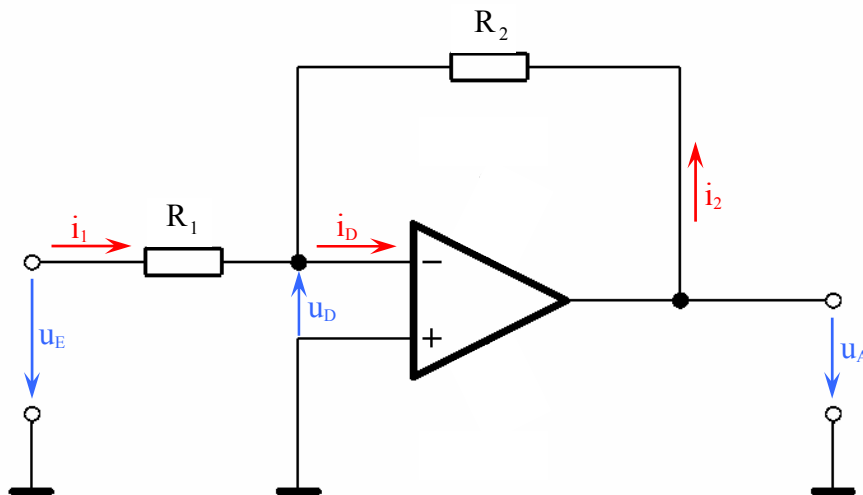


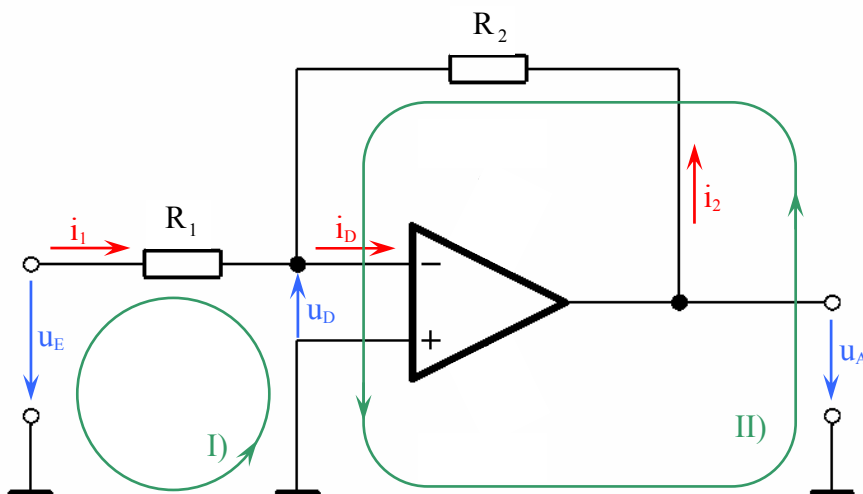
Der Operationsverstärker wird in vielen elektronischen Systemen eingesetzt. Mit ihm können – je nach Beschaltung – zahlreiche Operationen durchgeführt werden, angefangen vom einfachen Verstärker, über Summieroperationen, Komparator, Differenzierer und Integrierer bis hin zu komplexeren Operationen wie zum Beispiel bei INICs, UNICs sowie dem Gyrator.

In diesem Tutorium behandeln wir nur den Differenzierer und den Integrierer. Als Grundlage hierfür wird der invertierende Verstärker herangezogen, der im Folgenden näher erklärt wird.



Die oben abgebildete Schaltung zeigt einen Operationsverstärker als invertierenden Verstärker beschaltet. Die Eingangsspannung u_E wird über den Widerstand R_1 an den invertierenden Eingang (–) gelegt. Der nicht-invertierende Eingang liegt auf Masse. Die Ströme i_1 und i_2 sind so definiert, dass sie in den Knotenpunkt hineinfließen. Zwischen dem invertierenden und nicht-invertierenden Eingang liegt ein sehr großer Widerstand – idealerweise unendlich groß, reell einige $M\Omega$. Dadurch ist der Strom i_D praktisch $0A$; die daran abfallende Spannung u_D nach dem ohmschen Gesetz also auch $0V$.

Um zu verstehen, wie der Operationsverstärker die anliegende Eingangsspannung verstärkt, muss man eine Masche an den Eingang und den Ausgang legen, sowie die Knotengleichung bestimmen.



$$\text{Masche I) } +u_D - i_1 \cdot R_1 + u_E = 0 \Leftrightarrow u_E = i_1 \cdot R_1; \text{ weil } u_D = 0V$$

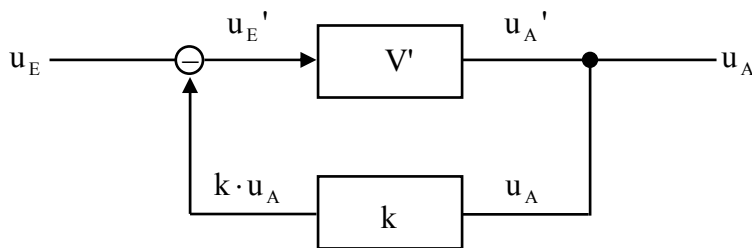
$$\text{Masche II) } -u_D + i_2 \cdot R_2 - u_A = 0 \Leftrightarrow u_A = i_2 \cdot R_2; \text{ weil } u_D = 0V$$

$$\text{Knotengleichung: } +i_1 + i_2 - i_D = 0 \Leftrightarrow i_2 = -i_1 \text{ weil } i_D = 0A$$

University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Operationsverstärker</h1> <h2>Invertierender Verstärker</h2>	<h1>Tutorium</h1> <h2>OP-02</h2> <p>Stand: 19.03.2006; R0</p>
--	--	---

Stellt man Gleichung I) nach dem Strom um, so erhält man: $i_1 = \frac{u_E}{R_1}$. Diesen Strom kann man – bedingt durch den Zusammenhang $i_2 = -i_1$ der Knotengleichung – in Gleichung II) einsetzen. Somit erhält man: $u_A = i_2 \cdot R_2 = -i_1 \cdot R_2 = -\frac{u_E}{R_1} \cdot R_2 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_E$. Man hat also u_A als eine Funktion von u_E dargestellt. Der Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung ist die Spannungsverstärkung $V = \frac{u_A}{u_E} = -\frac{R_2}{R_1}$. Man erkennt, dass die Ausgangsspannung durch das negative Vorzeichen um 180° verschoben (invertierender) und um den Faktor $\frac{R_2}{R_1}$ (Verstärker) am Ausgang anliegt.

Die eigentliche Verstärkung V' des Operationsverstärkers, welche im Bereich 100dB bis 120dB liegt (das entspricht 100.000 bzw. 1.000.000), fällt aus der Betrachtung vollkommen heraus. Das liegt daran, dass der Operationsverstärker mit dieser Beschaltung ein rückgekoppeltes System ist.



Die Ausgangsspannung wird mit dem Faktor k wieder an den Eingang des Verstärkers geführt. Dieser verstärkt daraufhin die Spannung u_E' , welche sich wie folgt zusammensetzt: $u_E' = u_E - k \cdot u_A$. Die Spannung u_A^* am Ausgang des Verstärkers ist: $u_A' = V' \cdot u_E'$. Sie entspricht der Spannung u_A . Damit kann man allgemein schreiben:

$$\begin{aligned}
 u_A &= u_A' = V' \cdot u_E' = V' \cdot (u_E - k \cdot u_A) \\
 \Leftrightarrow u_A &= V' \cdot u_E - k \cdot V' \cdot u_A \\
 \Leftrightarrow u_A + k \cdot V' \cdot u_A &= V' \cdot u_E \\
 \Leftrightarrow u_A \cdot (1 + k \cdot V') &= V' \cdot u_E \\
 \Leftrightarrow \frac{u_A}{u_E} = V &= \frac{V'}{1 + k \cdot V'}
 \end{aligned}$$

Dividiert man Zähler und Nenner durch V' , so erhält man den Ausdruck: $\frac{u_A}{u_E} = V = \frac{1}{\frac{1}{V'} + k}$.

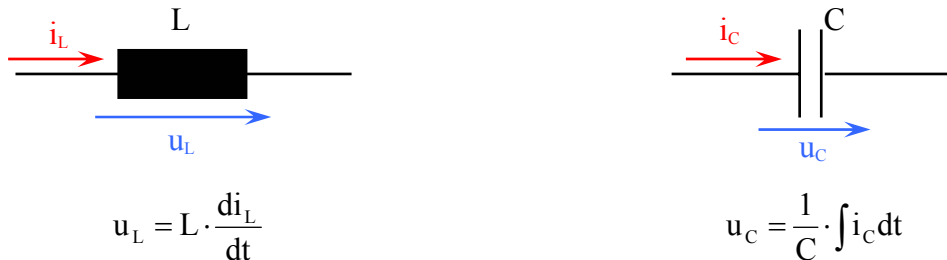
In der Elektrotechnik ist eine Verstärkung von 100dB bis 120dB (hier also für V') nahezu Unendlich.

Dadurch ergibt sich folgende Grenzwertbetrachtung: $\lim_{V' \rightarrow \infty} V = \lim_{V' \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\frac{1}{V'} + k} \right) = \frac{1}{k}$. Die allgemeine

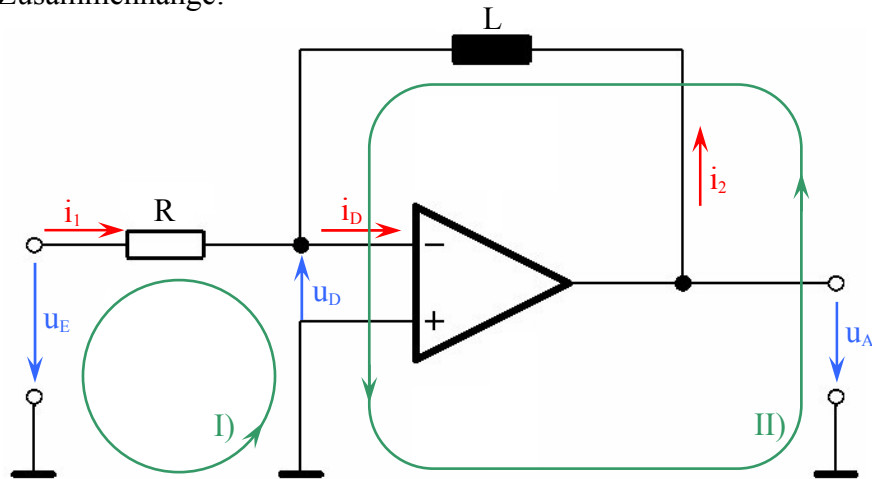
Verstärkung V ist also vollkommen unabhängig vom Operationsverstärker (V'), sie hängt lediglich vom Kopplungsfaktor k ab.

University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Operationsverstärker</h1> <h2>Differenzierer</h2>	<h1>Tutorium</h1> <h2>OP-03</h2> <p>Stand: 19.03.2006; R0</p>
--	---	---

Die Vorgehensweise bei der Bestimmung, ob es sich um einen Integrierer oder Differenzierer handelt, ist die gleiche wie beim invertierenden Verstärker. Lediglich der allgemeine Zusammenhang bei der Induktivität und Kapazität zwischen Spannung und Strom müssen bekannt sein (siehe Grundlagen).



Setzt man zum Beispiel eine Spule an die Stelle von R_2 ein und legt die Maschen wie gehabt an, so erhält man folgende Zusammenhänge:



Masche I) $-i_1 \cdot R + u_E = 0 \Leftrightarrow u_E = i_1 \cdot R$

Masche II) $+L \cdot \frac{di_2}{dt} - u_A = 0 \Leftrightarrow u_A = L \cdot \frac{di_2}{dt}$

Knotengleichung: $+i_1 + i_2 - i_D = 0 \Leftrightarrow i_2 = -i_1$

Masche I) wird nach dem Strom umgestellt und in Masche II) eingesetzt:

$$u_E = i_1 \cdot R \Leftrightarrow i_1 = \frac{u_E}{R}$$

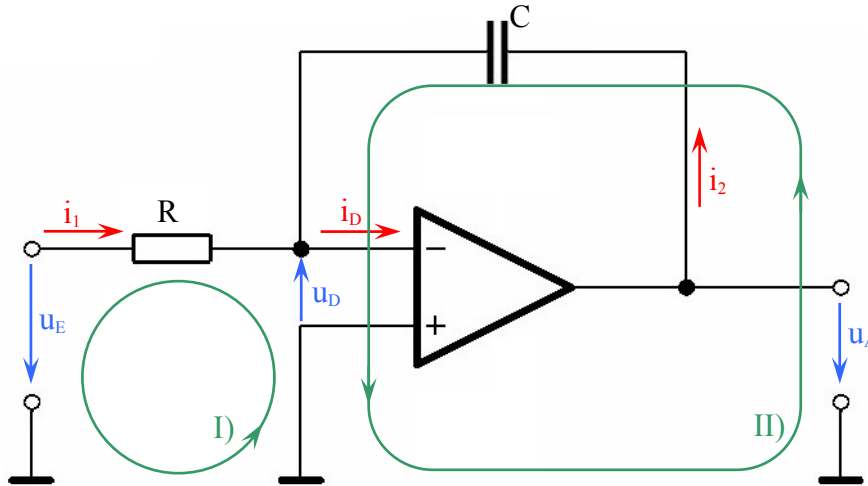
$$u_A = L \cdot \frac{di_2}{dt} = L \cdot \frac{d(-i_1)}{dt} = L \cdot \frac{d}{dt} \left(-\frac{u_E}{R} \right) = -\frac{L}{R} \cdot \frac{du_E}{dt}$$

τ

Es ist $u_A = f(u_E) = -\frac{L}{R} \cdot \frac{du_E}{dt}$. Die Ausgangsspannung ist eine Funktion der Eingangsspannung, sie entspricht der ersten Ableitung $\frac{d}{dt}$. Der Operationsverstärker arbeitet als Differenzierer.

University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Operationsverstärker</h1> <h2>Integrierer</h2>	<h1>Tutorium</h1> <h2>OP-04</h2> Stand: 19.03.2006; R0
--	---	--

Tauscht man die Spule gegen einen Kondensator aus, so erhält man einen Integrierer. Da ganze kann man mit Hilfe der Maschen am Eingang und Ausgang sowie der Knotengleichung beweisen.



Masche I) $-i_1 \cdot R + u_E = 0 \Leftrightarrow u_E = i_1 \cdot R$

Masche II) $+\frac{1}{C} \cdot \int i_2 dt - u_A = 0 \Leftrightarrow u_A = \frac{1}{C} \cdot \int i_2 dt$

Knotengleichung: $+i_1 + i_2 - i_D = 0 \Leftrightarrow i_2 = -i_1$

Einsetzen des Stroms aus Masche I) in Masche II):

$$u_E = i_1 \cdot R \Leftrightarrow i_1 = \frac{u_E}{R}$$

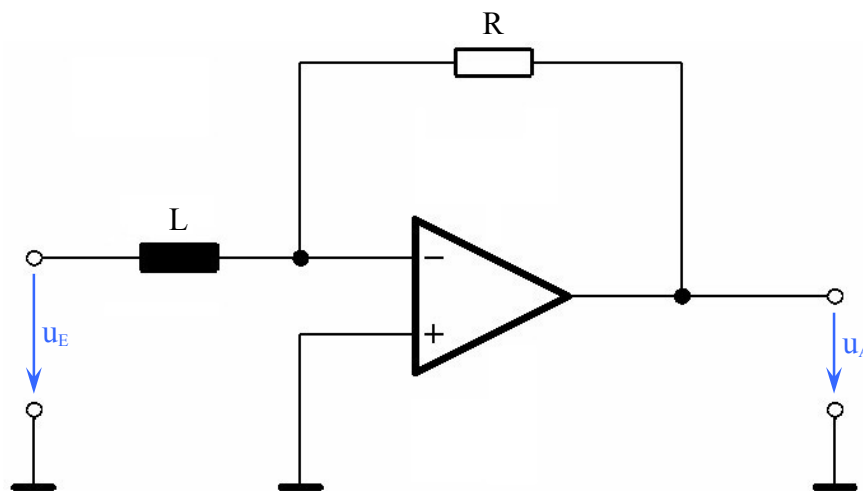
$$u_A = \frac{1}{C} \cdot \int i_2 dt = \frac{1}{C} \cdot \int (-i_1) dt = \frac{1}{C} \cdot \int \left(-\frac{u_E}{R} \right) dt = -\underbrace{\frac{1}{R \cdot C}}_{\frac{1}{\tau}} \cdot \int u_E dt$$

Es ist $u_A = f(u_E) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int u_E dt$. Die Ausgangsspannung ist eine Funktion der Eingangsspannung, sie entspricht der Fläche (Integral) $\int dt$. Der Operationsverstärker arbeitet als Integrierer.

Aufgabe 1:

Bestimme die Funktion der abgebildeten Operationsschaltung.

a)



b)

