

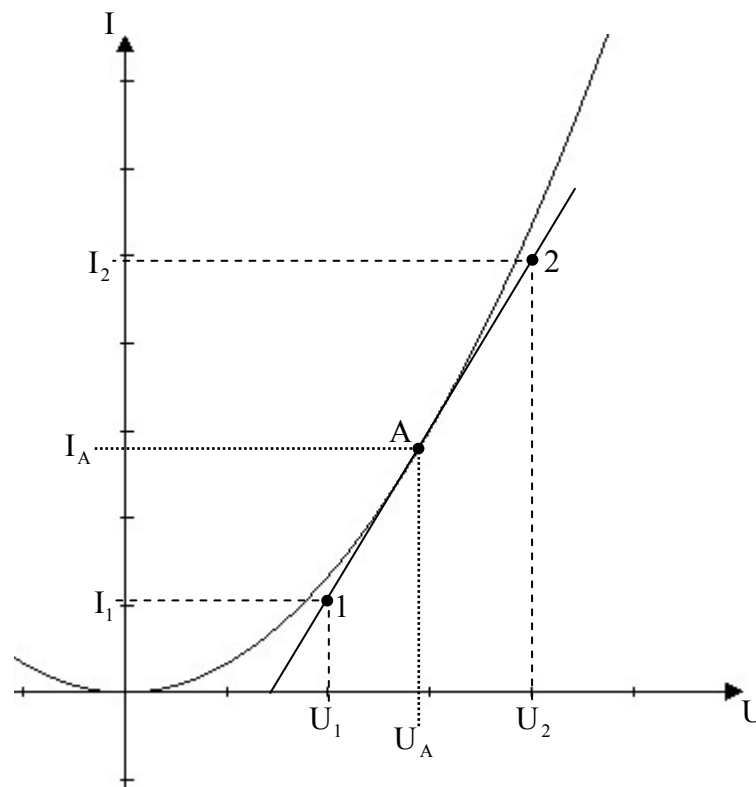
University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1 style="margin: 0;">Halbleiter</h1> <h2 style="margin: 0;">Differenzieller Widerstand</h2>	<h1 style="margin: 0;">Tutorium</h1> <h2 style="margin: 0;">DW-01</h2> <p style="margin: 0;">Stand: 19.03.2006; R0</p>
--	---	--

Um die Steigung einer Funktion in einem Punkt x_0 zu ermitteln, bestimmt man ihren Differenzialquotienten. Das bedeutet, die Differenz in X-Richtung strebt gegen Null, wodurch auch die Differenz in Y-Richtung sehr klein ist. Es gilt: $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{(x_0 + \Delta x) - x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$. Damit ist

die Steigung im Punkt x_0 bekannt. Grafisch kann man eine Steigung mit Hilfe des Differenzenquotienten bestimmen. Man legt eine Tangente an den Punkt x_0 und bestimmt die Steigung dieser Tangente (Gerade) durch den Differenzenquotienten. Hierbei strebt die Differenz Δx nicht gegen Null, es gilt:

$$m_t = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{(x_0 + \Delta x) - x_0} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Für den differentiellen Widerstand in der Elektrotechnik legt man diese Tangente im Arbeitspunkt A, welcher dem Punkt x_0 in der Mathematik entspricht, an und berechnet den Differenzenquotienten. Dafür wählt man zwei Punkte aus, die auf dieser Tangente liegen. Wo diese Punkte liegen, spielt keine Rolle. Es ist dabei wichtig zu beachten, dass der zweite Punkt weiter rechts als der erste Punkt liegt.



Nach dem ohmschen Gesetz berechnet sich ein Widerstand aus dem Quotienten aus Spannung und Strom.

Damit gilt für den differentiellen Widerstand: $r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1}$. Der Kehrwert des Widerstands ist der

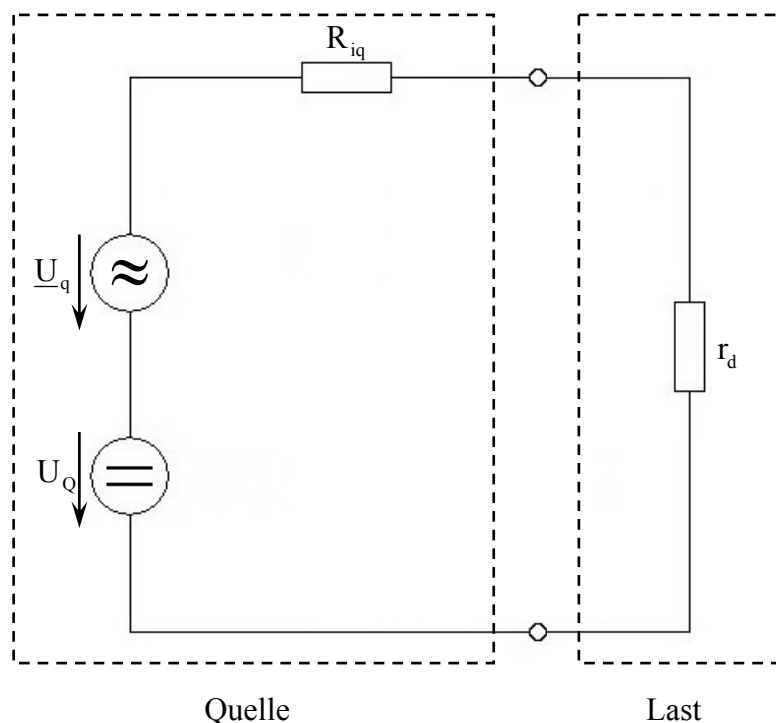
Leitwert G, der sich berechnet aus: $g_d = \frac{\Delta I}{\Delta U} = \frac{I_2 - I_1}{U_2 - U_1}$.

In der Elektrotechnik gibt es Bauteile, die eine Kennlinie besitzen, welche einen negativen differentiellen Widerstand erzeugen. Sie sind in der Elektrotechnik nicht unüblich und werden für das Erzeugen von Spannungen in Oszillatoren benötigt.

University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Halbleiter</h1> <h2>Differenzieller Widerstand</h2>	<h1>Tutorium</h1> <h2>DW-02</h2> Stand: 19.03.2006; R0
--	--	--

Für das Bestimmen des Arbeitspunktes A mit seinen Komponenten U_A und I_A gibt es zwei Vorgehensweisen. Zum einen können diese Werte angegeben sein. Man weiß, dass ein bestimmter Strom durch das Bauteil fließt oder eine bestimmte Spannung anliegt. Zum anderen können sich diese Werte aus einer Schaltung heraus ergeben, welche als Quelle für dieses Bauteil fungiert.

Die Quelle selbst wird durch zwei Punkte definiert: Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom. Das bedeutet, man bestimmt die Leerlaufspannung U_0 und den Ersatzinnenwiderstand R_{ie} , um damit den Kurzschlussstrom zu berechnen (vgl. grafische Lösung Ersatzspannungsquelle I. Semester). Weil diese Quelle allerdings eine Mischspannung darstellt, also eine Zusammenschaltung aus einer Gleich- und Wechselspannungsquelle, betrachtet man zum Berechnen der Leerlaufspannung nur die Gleichspannungsquelle.



Bei offenen Klemmen ist die Leerlaufspannung genau so groß wie die Spannung an der Gleichspannungsquelle. Der Kurzschlussstrom berechnet sich aus dem Quotienten aus Leerlaufspannung und Ersatzinnenwiderstand. Bei dieser einfachen Quelle ist der Ersatzinnenwiderstand der Widerstand, welcher in Reihe zu beiden Quellen liegt (beide Spannungsquellen werden für die Berechnung von R_{ie}

kurzgeschlossen). Also gilt: $R_{ie} = R_{iq}$ und $I_0 = \frac{U_{qe}}{R_{ie}} = \frac{U_Q}{R_{iq}}$.

Beide Größen – U_0 und I_0 – werden in das Kennlinien-Diagramm des passiven nichtlinearen Zweipols (hier symbolisch durch r_d dargestellt) eingetragen und miteinander verbunden. Der Schnittpunkt dieser Quellenkennlinie mit der Kennlinie des Zweipols, also der Last, ergibt den Arbeitspunkt. Von dort aus wird eine Tangente angelegt und der differentielle Widerstand wie gehabt berechnet.

University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1 style="margin: 0;">Halbleiter</h1> <h2 style="margin: 0;">Differenzieller Widerstand</h2>	<h1 style="margin: 0;">Tutorium</h1> <h2 style="margin: 0;">DW-03</h2> <p style="margin: 0;">Stand: 19.03.2006; R0</p>
--	---	--

Für das Bestimmen der Wechselleistung P_w am differenziellen Widerstand betrachtet man nur die Wechselspannungsquelle, die Gleichspannungsquelle wird kurzgeschlossen. Damit liegen an der Quelle zwei Widerstände in Reihe. Zu beachten ist die Angabe der Spannung: Liegt dieser in der Form $u_q = \hat{u}_q \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ vor, so muss man die Spitzenspannung \hat{u}_q in den Effektivwert umwandeln, also

$U_{\text{qeff}} = \frac{\hat{u}_q}{\sqrt{2}}$. Liegt die Angabe in komplexer Form vor, so ist dies bereits die Effektivgröße: $U_{\text{qeff}} = \underline{U}_q$.

Weil beide Widerstände R_{iq} und r_d in Reihe liegen kann man die Spannungsteilerregel anwenden, um den Spannungsabfall der Wechselspannungsquelle an r_d zu bestimmen. Die Spannung an r_d ist dementsprechend: $U_{\text{deff}} = \frac{r_d}{R_{iq} + r_d} \cdot U_{\text{qeff}}$. Durch den Zusammenhang zwischen Spannung und Strom

(ohmsches Gesetz) kann die Wechselleistung an r_d bestimmt werden: $P_w = \frac{U_{\text{deff}}^2}{r_d}$.

Eine Alternative dazu ist die Berechnung des Effektivstromes. Dieser ergibt sich zu: $I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{qeff}}}{R_{iq} + r_d}$.

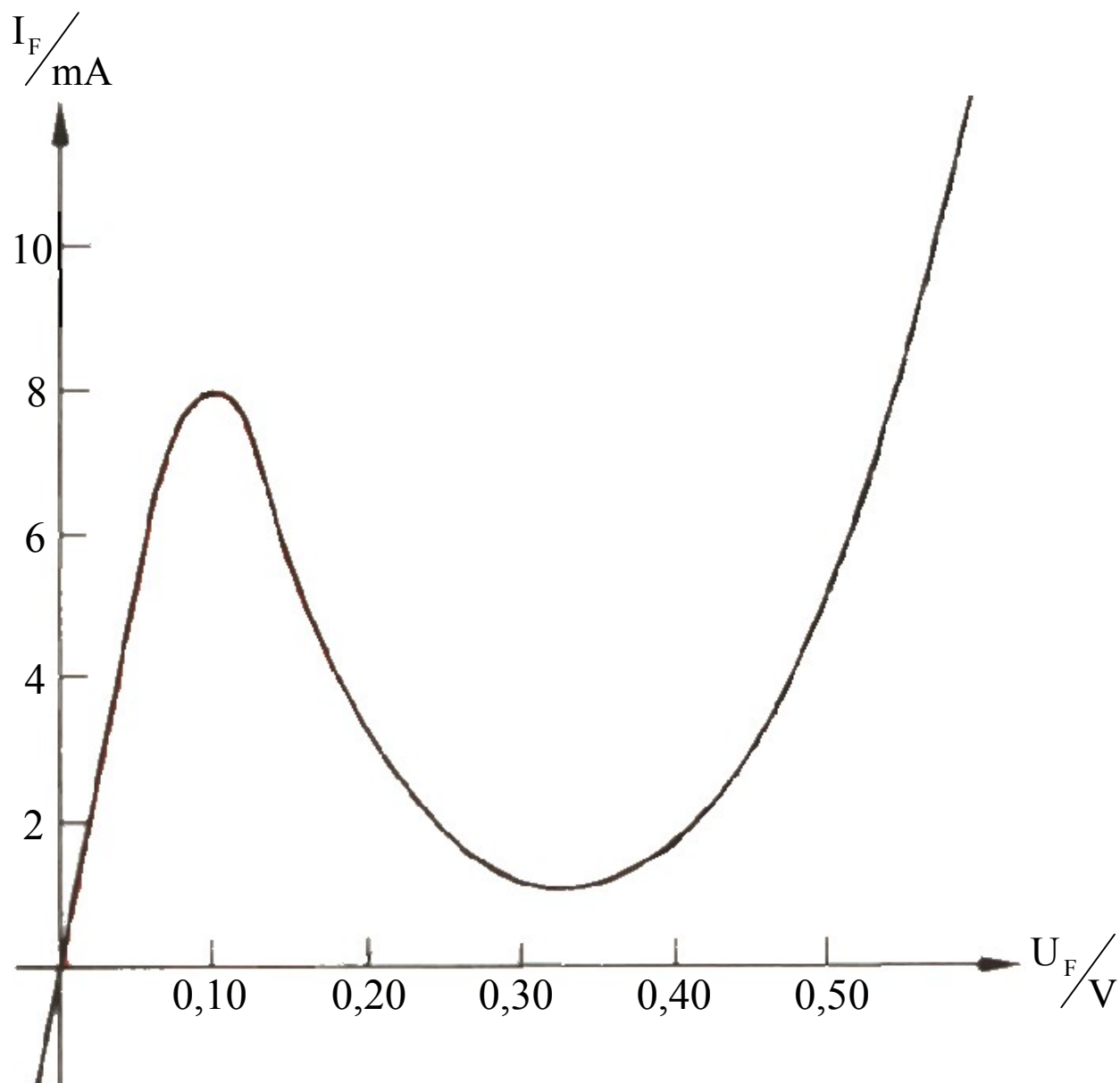
Demzufolge ist die Leistung an r_d : $P_w = I_{\text{eff}}^2 \cdot r_d$.

University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Halbleiter</h1> <h2>Differenzieller Widerstand</h2>	<h1>Tutorium</h1> <h2>Ü-DW-01</h2> Stand: 19.03.2006; R0
--	--	--

Aufgabe 1:

Bestimme den differentiellen Widerstand r_d der unten angegebenen Kennlinie bei

- $U_F = 0,20\text{V}$
- $U_F = 0,50\text{V}$
- Wie groß ist der differentielle Widerstand im lokalen Maximum ($U_F \approx 0,10\text{V}$)?
Welcher idealen Quelle entspricht dies und warum?



Aufgabe 2:

Bestimme zu der unten abgebildeten Aufgabe:

- Leerlaufspannung U_0 , Innenwiderstand R_{ie} und Kurzschlussstrom I_0 ;
- Den Arbeitspunkt A mit den Größen U_A und I_A ;
- Den differentiellen Widerstand r_d im Arbeitspunkt A;
- Die Wechselleistung P_w , welche im differentiellen Widerstand umgesetzt wird.

Gegeben sind folgende Werte: $U_Q = 18V$, $\underline{U}_q = 20mV$, $R_{iq} = 400\Omega$

