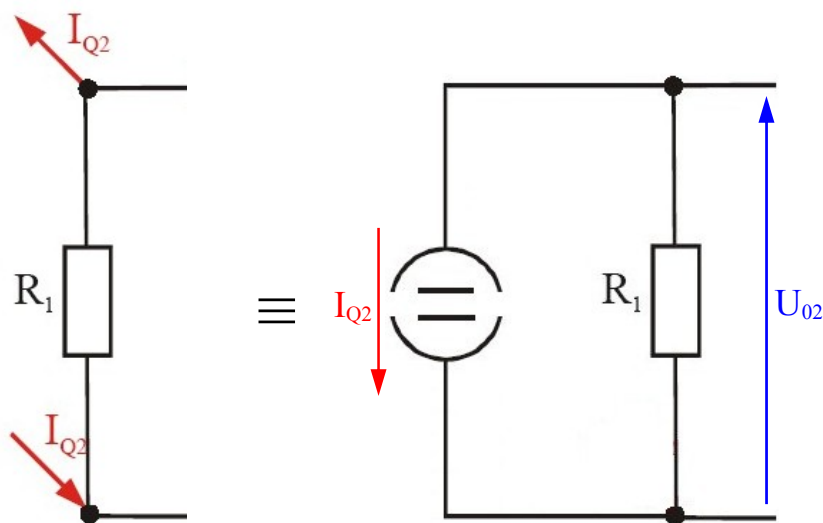


Der Innenwiderstand der Stromquelle I_{Q2} ist der dazu parallel liegende Widerstand R_1 . Das Umwandeln dieser Stromquelle in eine Spannungsquelle geht wie folgt:

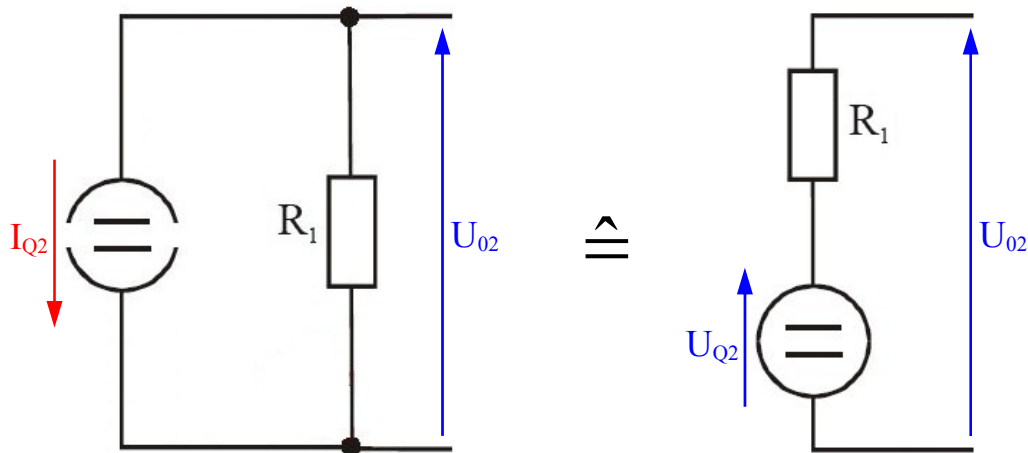
Die Stromquelle wird durch die beiden Pfeile repräsentiert. Der Stromfluss erfolgt in Richtung der Pfeile, also in den unteren Knotenpunkt hinein und aus dem oberen Knotenpunkt heraus zurück in die Quelle. Das Schaltbild daneben zeigt die gleiche Schaltung mit einer eingezeichneten Stromquelle.



Diese Quelle erzeugt eine Leerlaufspannung U_{Q2} am Innenwiderstand, wenn sie von der kompletten Schaltung abgeklemmt wird, also im Leerlauf betrieben wird. Weil der Strom I_{Q2} sich nicht aufteilen kann, fließt er komplett über den Widerstand R_1 . Nach dem ohmschen Gesetz gilt:

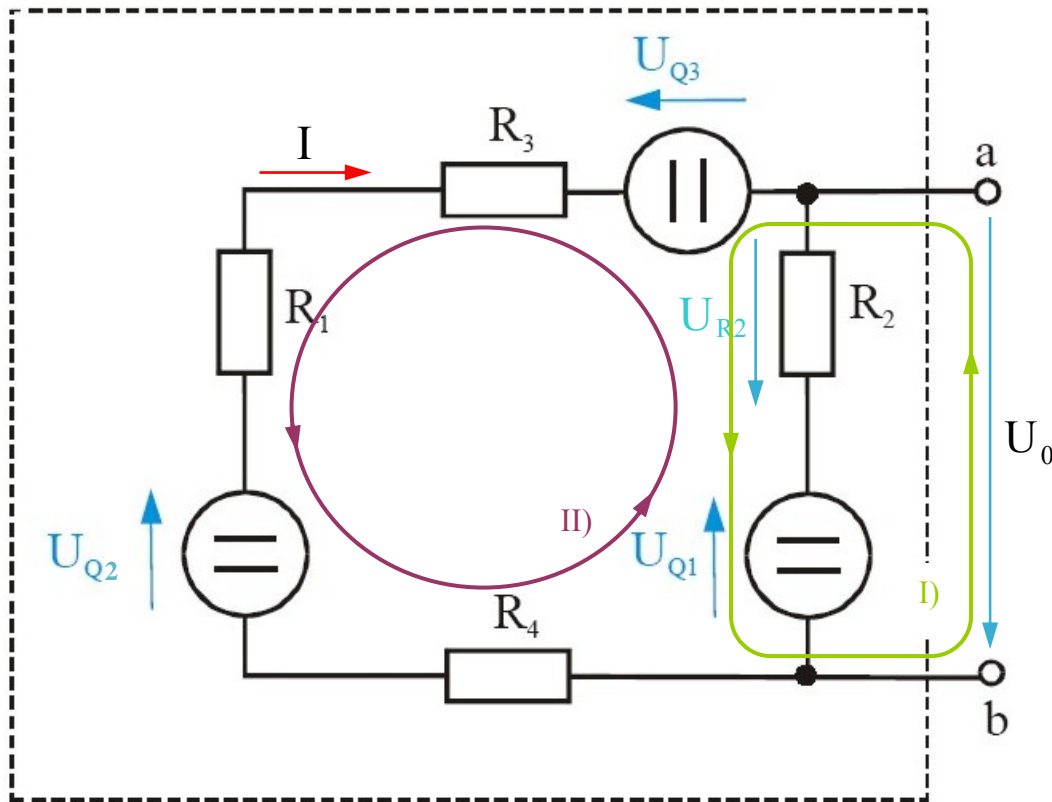
$$U_{Q2} = I_{Q2} \cdot R_1 = 80\text{mA} \cdot 100\Omega = 8\text{V}$$

Wandelt man diese Stromquelle in eine Spannungsquelle um, so muss an der gleichen Stelle eine Spannung von 8 V in die gleiche Richtung anliegen. Also:



Der Ersatzinnenwiderstand der Ersatzspannungsquelle ist derselbe Widerstand, denn wenn man die Stromquelle auftrennt, bzw. die Spannungsquelle kurzschließt, dann liegt zwischen den Anschlüssen bei beiden Schaltungen der Widerstand R_1 . Die Richtung des Pfeils der Ersatzspannungsquelle U_{Q2} muss in die gleiche Richtung wie die Leerlaufspannung U_{Q2} zeigen. Man kann dies anhand einer Masche nachweisen.

Neben dieser Umwandlung sollte man die Pfeilrichtung der Spannungsquelle U_{Q3} umdrehen. Damit wird die Angabe der Quellenspannung negiert und beträgt somit +5 V.



Bei dieser Darstellung fließt in dem Stromkreis nur ein einziger Strom I . Er teilt sich nirgendwo auf, denn die Klemmen a und b sind offen. Die Richtung dieses Stromes ist frei wählbar, denn es sind mehr als eine Quelle vorhanden und diese Quellen liefern alle Ströme, die sich überlagern.

Die Leerlaufspannung U_0 fällt zwischen den Klemmen a und b ab. Zwischen diesen Klemmen existieren auch die Spannungen U_{R2} und U_{Q1} . Mittels Masche I) wird die Leerlaufspannung U_0 definiert:

$$\text{Masche I) } -U_0 + U_{R2} - U_{Q1} = 0 \Leftrightarrow U_0 = U_{R2} - U_{Q1} = I \cdot R_2 - U_{Q1}$$

Die unbekannte Größe ist der Strom I . Dieser wird mittels Masche II) bestimmt:

$$\text{Masche II) } +U_{Q1} - U_{R2} + U_{Q3} - U_{R3} - U_{R1} - U_{Q2} - U_{R4} = 0$$

$$\Leftrightarrow U_{Q1} - U_{Q2} + U_{Q3} = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4}$$

$$\Leftrightarrow U_{Q1} - U_{Q2} + U_{Q3} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + I \cdot R_4$$

$$\Leftrightarrow U_{Q1} - U_{Q2} + U_{Q3} = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{U_{Q1} - U_{Q2} + U_{Q3}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{U_{Q1} - I_{Q2} \cdot R_1 + U_{Q3}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20\text{V} - 80\text{mA} \cdot 100\Omega + 5\text{V}}{100\Omega + 250\Omega + 350\Omega + 200\Omega} = \frac{17\text{V}}{900\Omega}$$

$$\Leftrightarrow I = \underline{\underline{18,8\text{mA}}}$$

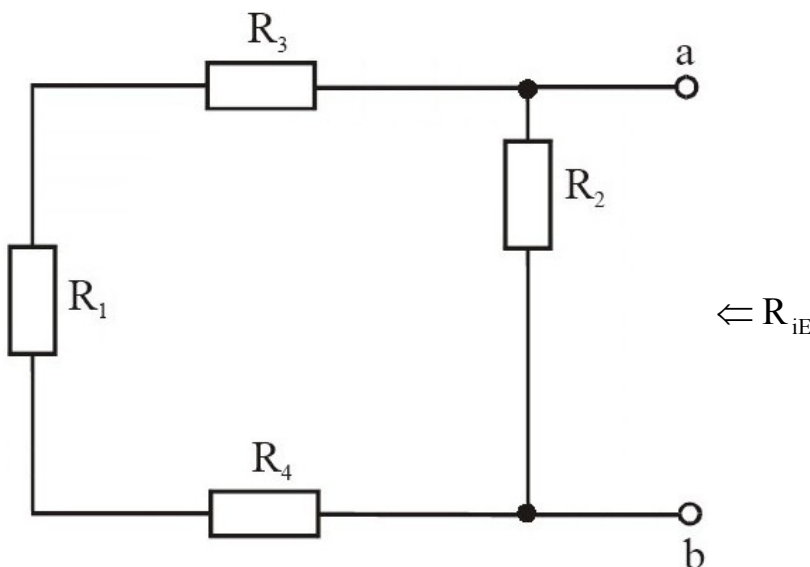
University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Prüfung 2007-3_1</h1> <h2>Aufgabe ET2</h2>	<h1>Lösung</h1> <h2>Seite-03</h2> Stand: 19.03.2006; R0
--	---	---

Diese Lösung eingesetzt in die Gleichung der Leerlaufspannung ergibt folgendes Ergebnis:

$$\underline{U_0} = U_{QE} = I \cdot R_2 - U_{Q1} = 18,8\text{mA} \cdot 250\Omega - 20\text{V} = 4,72\text{V} - 20\text{V} = \underline{\underline{-15,28\text{V}}}$$

Die Leerlaufspannung fällt also nicht von oben nach unten, sondern von unten nach oben ab. Rechnet man allerdings weiter mit dem negativen Ergebnis, so muss man keinerlei Umformungen der Gleichungen vornehmen.

Der Ersatzinnenwiderstand wird berechnet, indem die Stromquelle aufgetrennt und die Spannungsquellen kurzgeschlossen werden. Dann liegen die Widerstände R_1 , R_3 und R_4 in Reihe und alle parallel zu R_2 ; bezogen auf die Klemmen a und b.

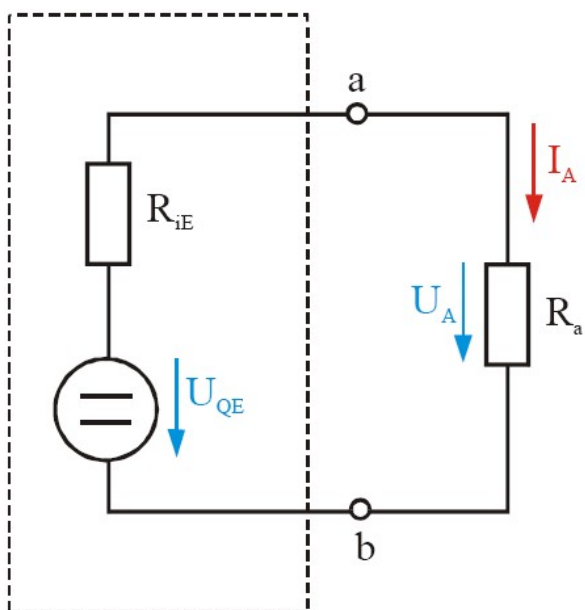


$$\underline{R_{iE}} = (R_1 + R_3 + R_4) \parallel R_2 = (100\Omega + 350\Omega + 200\Omega) \parallel 250\Omega = 650\Omega \parallel 250\Omega = \underline{\underline{180,5\Omega}}$$

Zur Probe können die gesuchten Werte U_A und I_A mittels der gegebenen Gleichungen (Ursprung linke Schaltung) berechnet werden:

$$\underline{I_A} = \frac{U_{QE}}{R_{iE} + R_a} = \frac{-15,28\text{V}}{180,5\Omega + 40\Omega} = \frac{-15,28\text{V}}{220,5\Omega} = \underline{\underline{-69,28\text{mA}}}$$

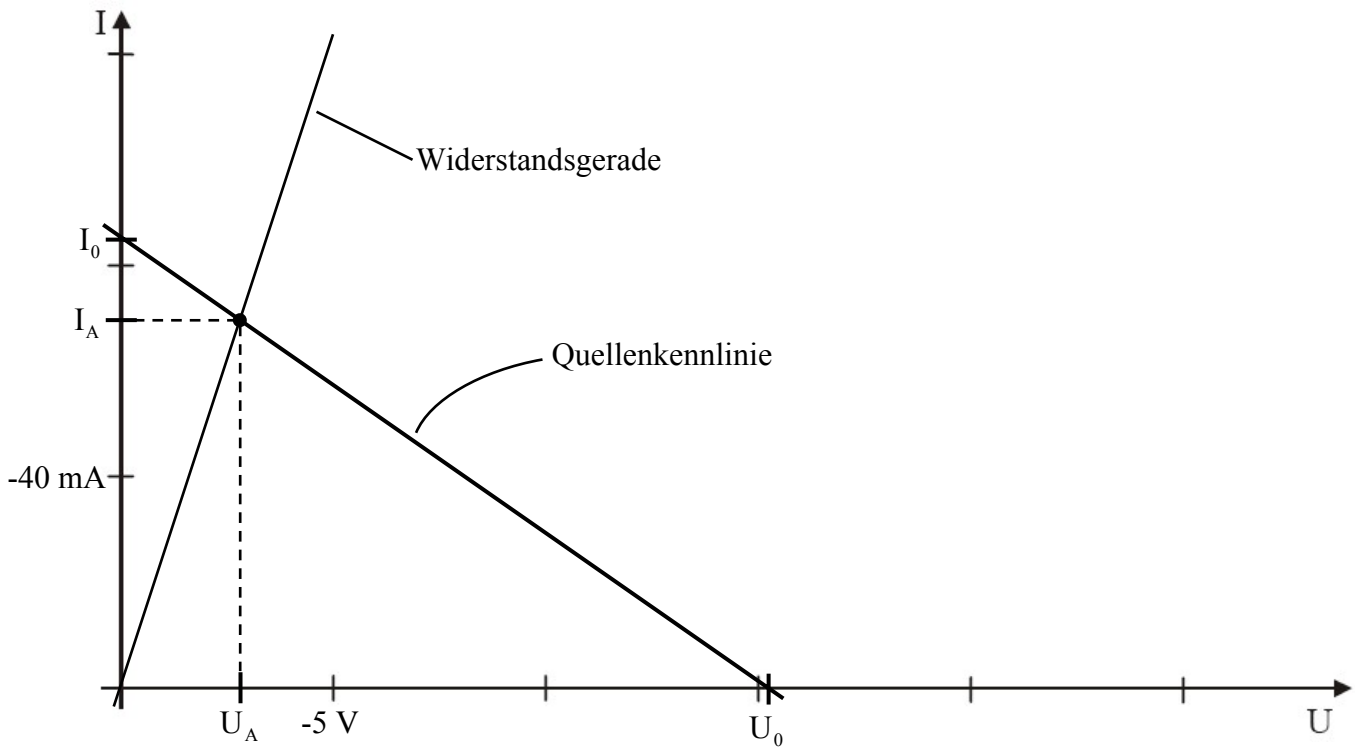
$$\underline{U_A} = I_A \cdot R_a = -69,28\text{mA} \cdot 40\Omega = \underline{\underline{-2,77\text{V}}}$$



University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Prüfung 2007-3_1</h1> <h2>Aufgabe ET2</h2>	<h1>Lösung</h1> <h2>Seite-04</h2> <p>Stand: 19.03.2006; R0</p>
--	--	--

Mit der Angabe von U_{QE} und R_{iE} kann der für die zeichnerische Lösung benötigte Kurzschlussstrom I_0

berechnet werden:
$$\underline{I_0} = \frac{U_{QE}}{R_{iE}} = \frac{-15,28V}{180,5\Omega} = \underline{\underline{-84,63mA}}$$



Die Punkte Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom sind die Eckpfeiler der Quellenkennlinie. Diese wird in das Diagramm eingezeichnet.

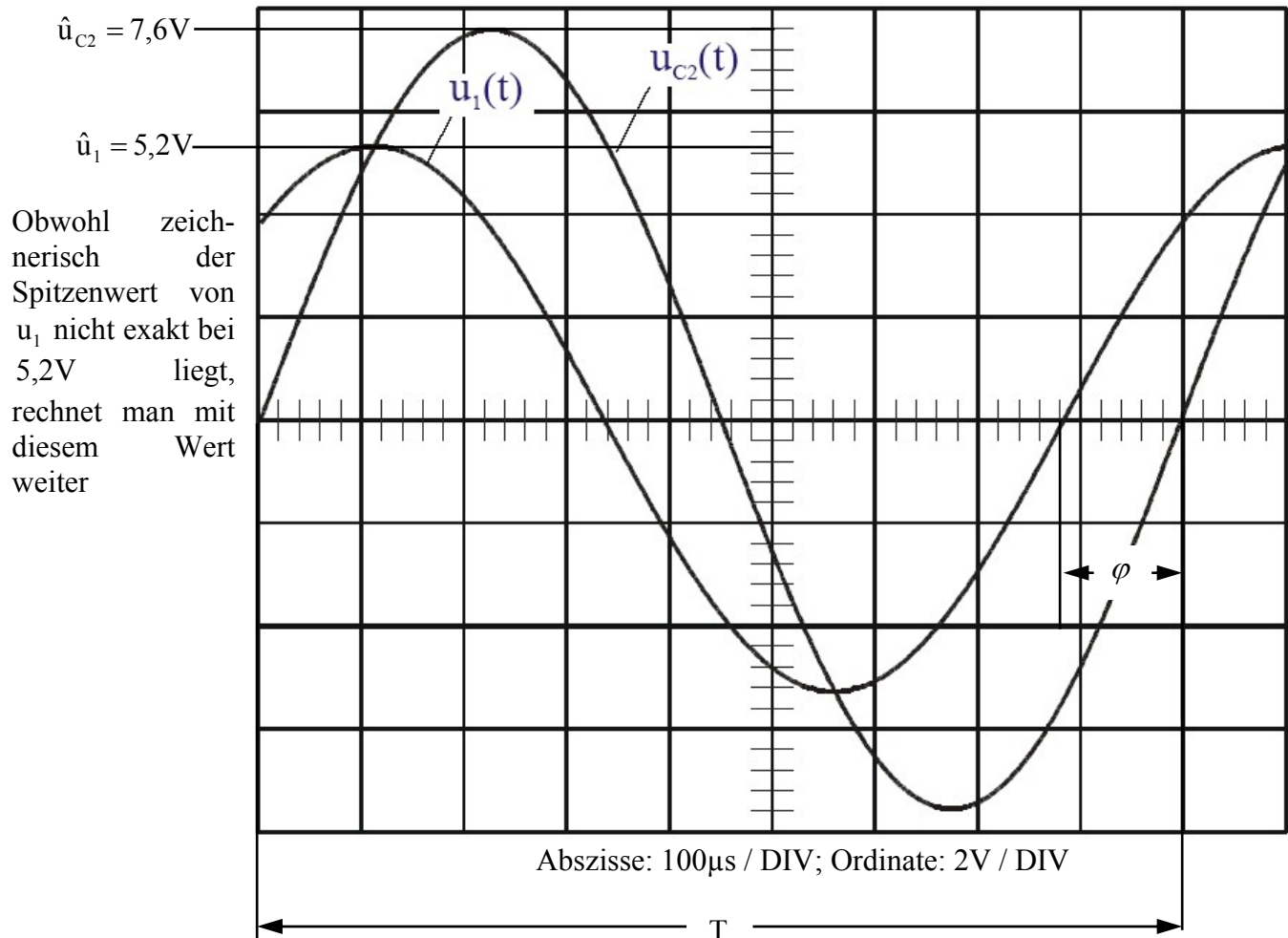
Die Widerstandsgerade des Lastwiderstands wird durch zwei Punkte definiert. Der eine ist der Ursprung, wie bei allen passiven Bauteilen. Den anderen Punkt kann man mit Hilfe des ohmschen Gesetzes berechnen. Dabei gibt man eine(n) Strom (Spannung) vor und berechnet anhand der umgestellten Gleichung die abfallende Spannung (den durchfließenden Strom).

$$\underline{U} = I \cdot R_a = -120mA \cdot 40\Omega = \underline{\underline{-4,80V}}$$

Die Werte für Spannung und Strom im Arbeitspunkt werden abgelesen. Sie betragen hier:

$$\underline{\underline{I_A = -70mA}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{U_A = -2,50V}}$$

Für diese Aufgabe entnimmt man zuerst sämtliche Daten, die das Oszilloskopbild liefert. Das sind alle Spitzenwerte – und damit auch die Effektivwerte – die Frequenz f und die Phasenverschiebung φ .



Die Effektivwerte betragen: $\underline{|U_1|} = u_{1\text{eff}} = \frac{\hat{u}_1}{\sqrt{2}} = \frac{5,2V}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{3,67V}}$ und

$$\underline{|U_{c2}|} = u_{c2\text{eff}} = \frac{\hat{u}_{c2}}{\sqrt{2}} = \frac{7,6V}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{5,37V}}$$

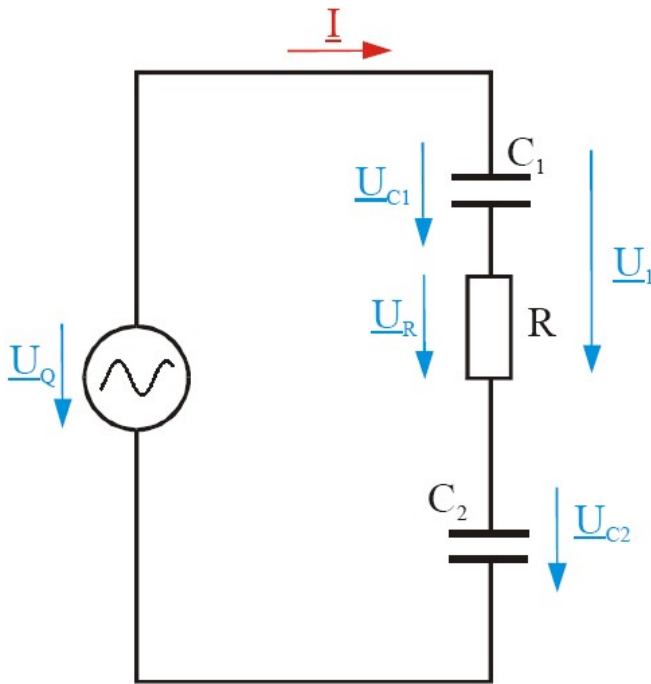
Die Periodendauer T entnimmt man aus dem Diagramm. Dabei wählt man zwei identische Punkte und ermittelt den Abstand auf der Abszisse. Dieser wird dann in eine Frequenz umgerechnet. Der Abstand hier sind 9 Division, also: $T = 9 \cdot 100\mu s = 900\mu s = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \underline{\underline{f}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{900\mu s} = \underline{\underline{1,1\text{kHz}}}$.

Bei der Phasendifferenz geht man genau so vor. Man ermittelt den Abstand zwischen beiden Funktionen bei demselben Punkt – hier z. B. bei der ansteigenden Flanke im Ursprung – und rechnet dies in den Winkel φ um: $T = 900\mu s \hat{=} 360^\circ$ und

$$120\mu s \hat{=} \varphi$$

Umgestellt nach φ erhält man: $\underline{\underline{\varphi}} = \frac{360^\circ \cdot 120\mu s}{900\mu s} = \underline{\underline{48^\circ}}$

Für das Zeichnen des Zeigerdiagramms muss man sich über gewisse Zusammenhänge im Klaren sein, welche aus der Schaltung entnommen werden. Wie man im Oszilloskopbild sieht, eilt die Spannung \underline{U}_1 der Spannung \underline{U}_{C2} um den Winkel φ vor. Gegeben ist die Spannung \underline{U}_{C2} nach Betrag und Phase.



Mittels φ kann die Spannung \underline{U}_1 angegeben werden:

$$\underline{U}_{C2} = |\underline{U}_{C2}| \cdot e^{j(-90^\circ)} = |\underline{U}_{C2}| \cdot e^{j\varphi_{C2}} \quad \text{und} \quad \underline{U}_1 = |\underline{U}_1| \cdot e^{j\varphi_1}$$

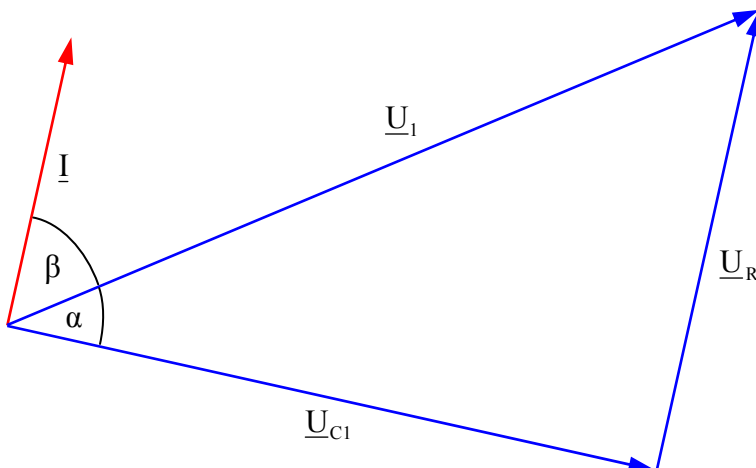
Für die Winkel gilt: $\varphi_1 = \varphi_{C2} + \varphi = -90^\circ + 48^\circ = -42^\circ$

Demzufolge gilt: $\underline{U}_1 = |\underline{U}_1| \cdot e^{j\varphi_1} = \underline{3,67V} \cdot e^{-j42^\circ}$

Das ohmsche Gesetz ist für alle Spannungen, Ströme und Widerstände gültig – auch für komplexe. Also:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{C2} &= I \cdot Z_{C2} = I \cdot j \cdot X_{C2} \\ \Leftrightarrow \underline{I} &= \frac{\underline{U}_{C2}}{j \cdot X_{C2}} = \frac{5,37V \cdot e^{-j90^\circ}}{j \cdot (-2k\Omega)} = j \cdot \frac{5,37V \cdot e^{-j90^\circ}}{2k\Omega} \\ &= j \cdot 2,68mA \cdot e^{j(-90^\circ)} = \underline{2,68mA} \cdot e^{j0^\circ} (= 2,68mA) \end{aligned}$$

Nach der Spannungsteilerregel gilt: Spannungen verhalten sich wie Widerstände – und auch umgekehrt. Um die Größen R und C_1 zu bestimmen, werden zuerst die an den Bauteil anliegenden Spannungen berechnet und durch den Strom \underline{I} dividiert. Dies genügt, um den Widerstand R zu berechnen. Für die Kapazität C_1 muss man die Berechnungsformel des Widerstands X_{C1} nach der Kapazität C auflösen. Die Spannung \underline{U}_1 ist die **geometrische** Summe der Spannungen \underline{U}_R und \underline{U}_{C1} . Diese beiden Spannungen liegen im 90° Winkel zueinander. Die Spannung \underline{U}_1 liegt in einem Winkel α bzw. β zu diesen Spannungen. Um dies rechnerisch zu bestimmen, muss man sich ein quantitatives Zeigerbild dieser drei Spannungen aufzeichnen, damit man sieht wie die Verhältnisse zueinander sind:



Die Spannung am Widerstand liegt in Phase zum Strom. Die Spannung am Kondensator eilt dem Strom um 90° hinterher. Es gilt:

$$\sin(\alpha) = \frac{|\underline{U}_R|}{|\underline{U}_1|} \Leftrightarrow |\underline{U}_R| = |\underline{U}_1| \cdot \sin(\alpha) \quad \text{und}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{|\underline{U}_{C1}|}{|\underline{U}_1|} \Leftrightarrow |\underline{U}_{C1}| = |\underline{U}_1| \cdot \cos(\alpha)$$

Der Winkel α ist der Winkel zwischen \underline{U}_{C1} und \underline{U}_1 . Weil die Spannung \underline{U}_{C2}

University of Applied Sciences Cologne Campus Gummersbach Dipl.-Ing. (FH) Dipl.-Wirt. Ing. (FH) G. Danielak	<h1>Prüfung 2007-3_1</h1> <h2>Aufgabe ET4</h2>	<h1>Lösung</h1> Seite-07 Stand: 19.03.2006; R0
--	---	--

in Phase mit der Spannung \underline{U}_{C1} liegt, ist der Winkel zwischen \underline{U}_{C2} und \underline{U}_1 genau so groß. Diesen Winkel kann man im Oszilloskopbild ablesen, denn \underline{U}_1 eilt der Spannung \underline{U}_{C2} um den Winkel φ vor.

Also gilt: $\sin(\alpha) = \frac{|\underline{U}_R|}{|\underline{U}_1|} \Leftrightarrow |\underline{U}_R| = |\underline{U}_1| \cdot \sin(\alpha) = |\underline{U}_1| \cdot \sin(\varphi) = 3,67V \cdot \sin(48^\circ) = \underline{\underline{2,72V}}$ und

$$\cos(\alpha) = \frac{|\underline{U}_{C1}|}{|\underline{U}_1|} \Leftrightarrow |\underline{U}_{C1}| = |\underline{U}_1| \cdot \cos(\alpha) = |\underline{U}_1| \cdot \cos(\varphi) = 3,67V \cdot \cos(48^\circ) = \underline{\underline{2,45V}}$$

Damit können beide Widerstände berechnet werden:

$$|\underline{U}_R| = |\underline{I}| \cdot R \Leftrightarrow R = \frac{|\underline{U}_R|}{|\underline{I}|} = \frac{2,72V}{2,68mA} = \underline{\underline{1,01k\Omega}}$$

$|\underline{U}_{C1}| = |\underline{I}| \cdot |j \cdot X_{C1}| = |\underline{I}| \cdot |X_{C1}| \Leftrightarrow |X_{C1}| = \frac{|\underline{U}_{C1}|}{|\underline{I}|} = \frac{2,45V}{2,68mA} = \underline{\underline{914,18\Omega}}$ (Hier ist der Betrag angegeben, daher ist X_{C1} positiv. Im Normalfall gilt: $X_{C1} = -914,18\Omega$)

Die Gleichung für den Blindwiderstand der Kapazität lautet wie folgt:

$$X_{C1} = -\frac{1}{\omega \cdot C_1} \Leftrightarrow C_1 = -\frac{1}{\omega \cdot X_{C1}} = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{C1}} = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,1kHz \cdot (-914,18\Omega)} = \underline{\underline{158,26nF}}$$

Im Zeigerdiagramm ist der Strom vorgegeben. Die Spannung am Widerstand liegt mit diesem Strom in Phase. Die beiden Spannungen an den Kapazitäten eilen diesem Strom 90° nach. Im Diagramm muss ebenfalls direkt zu erkennen sein, dass die Spannung \underline{U}_1 der Spannung \underline{U}_{C2} um den Winkel φ voreilt.

