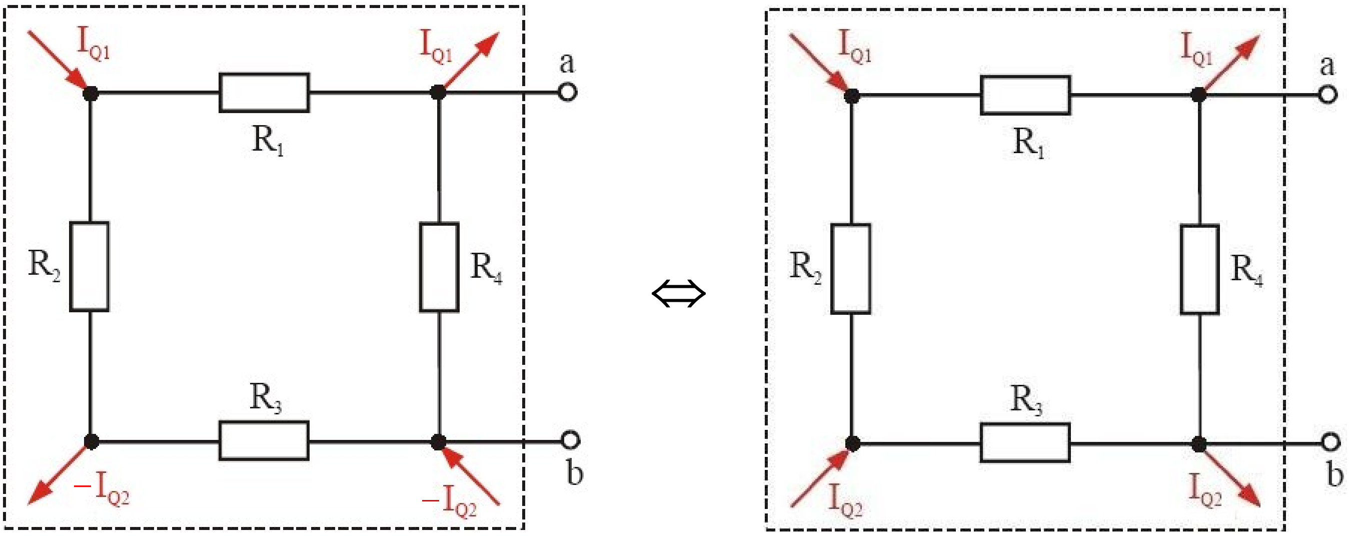
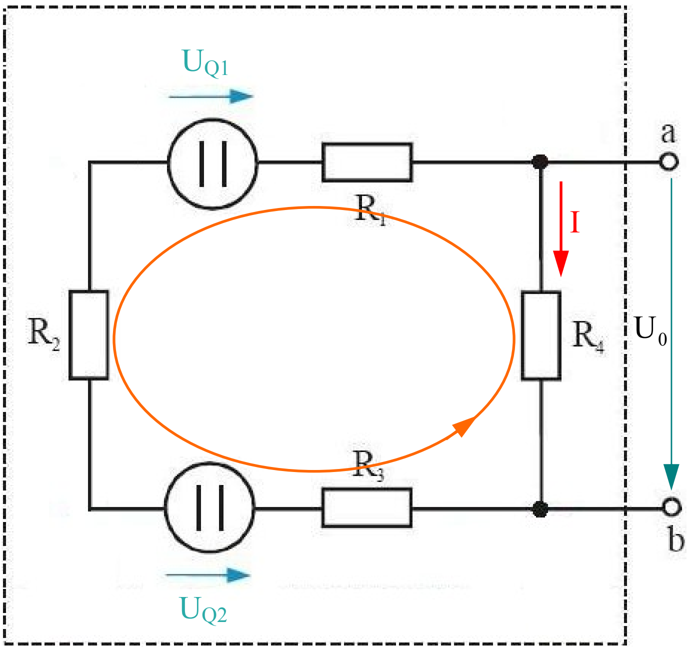
Bei dieser Klausuraufgabe müssen beide Stromquellen in Spannungsquellen umgewandelt werden. Am besten dreht man bei der Stromquelle I_{Q2} die Pfeile um, so dass der Strom positiv angegeben wird und man keine Vorzeichenfehler beim Rechnen macht.



Nach der Umwandlung der Stromquellen:



Die Widerstände R_1 und R_3 sind die jeweiligen Innenwiderstände der Stromquellen. Aus ihnen werden die Innenwiderstände der Ersatzspannungsquellen U_{Q1} und U_{Q2}. Damit liegen alle vier Widerstände in Reihe, denn sie werden von dem Strom I durchflossen. Die Richtung dieses Stromes erfolgt willkürlich, denn:

a) es existieren mehr als eine Quelle und
b) beide Quellen geben Ströme ab, die sich überlagern.

Aus dieser Überlagerung heraus ergibt sich der resultierende Strom I. Mittels einer Masche an allen Widerständen und den Spannungsquellen kann der unbekannte Strom ermittelt werden. Er ist für die Berechnung der Ersatzspannungsquelle wichtig, denn es gilt: $U_{QE} = U_0 = I \cdot R_4$.

Die Richtung der Masche ist frei wählbar. Alle Spannungen an den Widerständen R_1 bis R_4 fallen in die gleiche Richtung ab, in die der Strom I fließt. Die eingezeichnete Masche lautet wie folgt:

$$-U_{R4} - U_{R1} - U_{Q1} - U_{R2} + U_{Q2} - U_{R3} = 0$$

$$\Leftrightarrow U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} = U_{Q2} - U_{Q1}$$

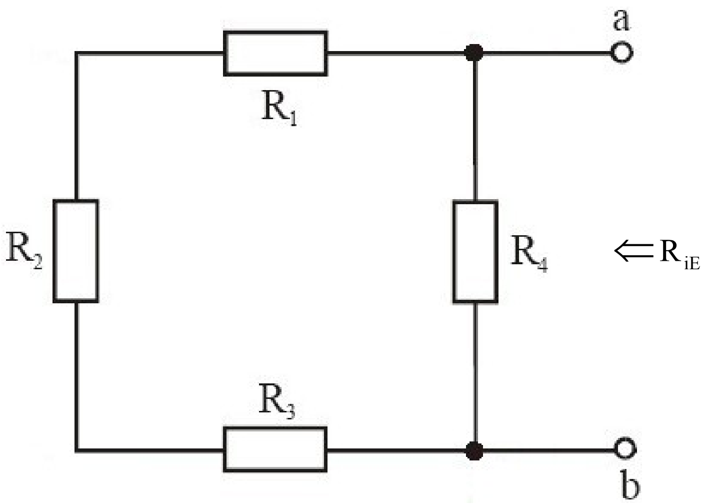
$$\Leftrightarrow I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + I \cdot R_4 = U_{Q2} - U_{Q1}$$

$$\Leftrightarrow I \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = U_{Q2} - U_{Q1}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{I}} = \frac{U_{Q2} - U_{Q1}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{I_{Q2} \cdot R_3 - I_{Q1} \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{50\text{mA} \cdot 300\Omega - 300\text{mA} \cdot 100\Omega}{100\Omega + 200\Omega + 300\Omega + 600\Omega} = \frac{15\text{V} - 30\text{V}}{1200\Omega} = \underline{\underline{-12{,}5\text{mA}}}$$

Das bedeutet, der Strom hat eine Stärke von 12,5 mA und fließt nicht – wie angenommen von oben nach unten – sondern von unten nach oben. Dies wird durch das negative Vorzeichen indiziert. Für alle weiteren Berechnungen wird das negative Ergebnis herangezogen.
In der obigen Gleichung eingesetzt heißt dies: $\underline{\underline{U_{QE}}} = U_0 = I \cdot R_4 = -12{,}5\,\text{mA} \cdot 600\,\Omega = \underline{\underline{-7{,}5\,\text{V}}}$.

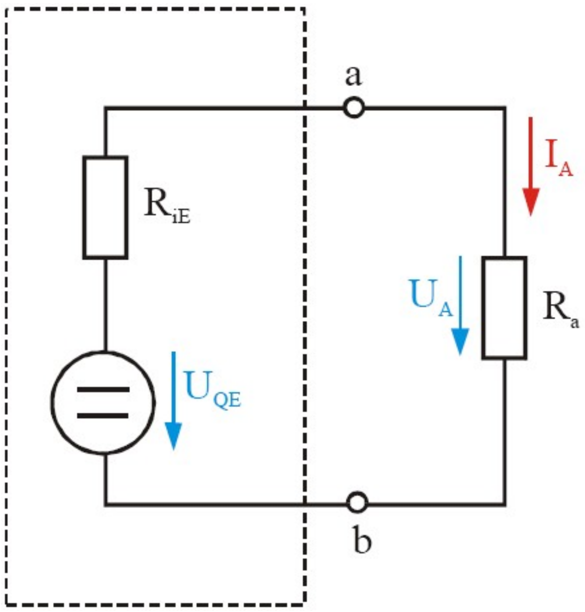
Für die Berechnung des Ersatzinnenwiderstands werden die Stromquellen aufgetrennt. Aus der Schaltung wird der Widerstand zwischen den Klemmen a und b ermittelt:



Die Widerstände R_1, R_2 und R_3 liegen in Reihe; alle zusammen parallel zu R_4. Als Ergebnis erhält man für R_{iE}:

$$R_{iE} = (R_1 + R_2 + R_3) \| R_4$$
$$= (100\,\Omega + 200\,\Omega + 300\,\Omega) \| 600\,\Omega$$
$$= 600\,\Omega \| 600\,\Omega$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{R_{iE} = 300\,\Omega}}$$

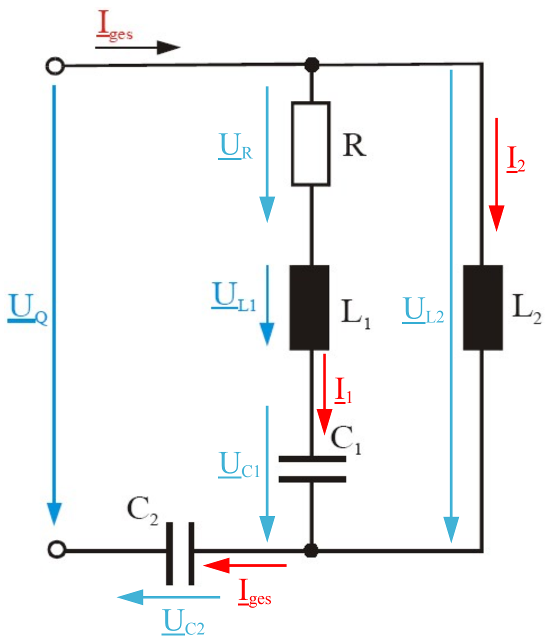
Mit allen Werten kann die gesuchte Spannung U_A und der gesuchte Strom I_A berechnet werden.



$$\underline{\underline{I_A}} = \frac{U_{QE}}{R_{iE} + R_a} = \frac{-7{,}5\,\text{V}}{300\,\Omega + 50\,\Omega} = \frac{-7{,}5\,\text{V}}{350\,\Omega} = \underline{\underline{-21{,}43\,\text{mA}}}$$

$$\underline{\underline{U_A}} = I_A \cdot R_a = -21{,}43\,\text{mA} \cdot 50\,\Omega = \underline{\underline{-1{,}07\,\text{V}}}$$

In die Schaltung müssen zunächst an allen Widerständen die Spannungen und an allen Zweigen die Ströme eingetragen werden, damit ein Bezug zum Zeigerdiagramm hergestellt werden kann.



Der Betrag der Spannung $\underline{U}_{L1}$ beträgt 20V. Daraus lässt sich der Strom $\underline{I}_1$ in dem linken Strang berechnen. Weiterhin lassen sich mit diesem Strom die Spannungen an R_1 und C_1 bestimmen.

$$\underline{\underline{|\underline{I}_1|}} = \left|\frac{\underline{U}_{L1}}{j \cdot X_{L1}}\right| = \frac{|\underline{U}_{L1}|}{|j \cdot X_{L1}|} = \frac{|\underline{U}_{L1}|}{|X_{L1}|} = \frac{20V}{30\Omega} = \underline{\underline{0,\bar{6}A}}$$

$$\underline{\underline{|\underline{U}_{R1}|}} = |\underline{I}_1 \cdot R_1| = |\underline{I}_1| \cdot R_1 = 0,\bar{6}A \cdot 20\Omega = \underline{\underline{13,\bar{3}V}}$$

$$\underline{\underline{|\underline{U}_{C1}|}} = |\underline{I}_1 \cdot j \cdot X_{C1}| = |\underline{I}_1| \cdot |j \cdot X_{C1}| = |\underline{I}_1| \cdot |X_{C1}| = 0,\bar{6}A \cdot 20\Omega = \underline{\underline{13,\bar{3}V}}$$

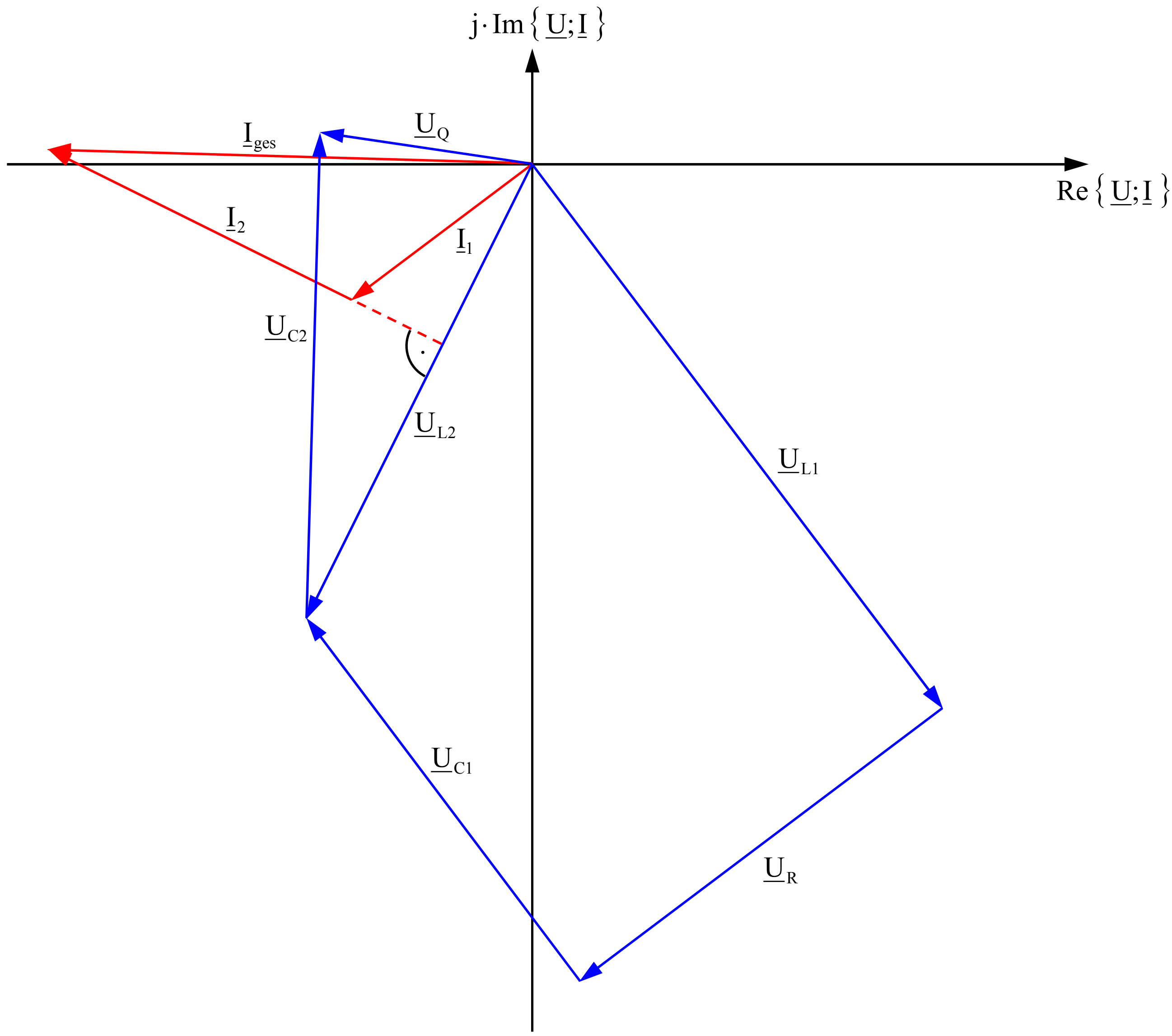
Die **geometrische** Summe aus den Spannungen $\underline{U}_R$, $\underline{U}_{L1}$ und $\underline{U}_{C1}$ ergibt die Spannung an der Spule L_2. Die Spannungen an der Spule L_1 und dem Kondensator C_1 liegen um 180° verschoben, also auf der gleichen Wirkungslinie. Weil beide eine Phasenverschiebung von 90° zur Spannung $\underline{U}_R$ haben und man diese Spannung als reel betrachtet, kann hier der Satz von Pythagoras angewendet werden. $\underline{U}_{L1}$ und $\underline{U}_{C1}$ liegen somit auf der Imaginären Achse. Ob man den Betrag der Spannung $\underline{U}_{L1}$ vom Betrag von $\underline{U}_{C1}$ subtrahiert oder umgekehrt ist irrelevant, denn durch das Quadrieren im Radikanten erhält man immer ein positives Ergebnis.

$$|\underline{U}_{L2}| = \sqrt{|\underline{U}_R|^2 + (|\underline{U}_{L1}| - |\underline{U}_C|)^2} = \sqrt{(13,\bar{3}V)^2 + (20V - 13,\bar{3}V)^2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{|\underline{U}_{L2}|}} = \sqrt{222,\bar{2}V^2} \approx \underline{\underline{14,91V}}$$

$$\underline{\underline{|\underline{I}_2|}} = \left|\frac{\underline{U}_{L2}}{j \cdot X_{L2}}\right| = \frac{|\underline{U}_{L2}|}{|j \cdot X_{L2}|} = \frac{|\underline{U}_{L2}|}{|X_{L2}|} = \frac{14,91V}{15\Omega} = \underline{\underline{994mA}}$$

Mehr lässt sich – auf einfache Weise – zu diesem Zeitpunkt nicht berechnen. Das heißt, der Gesamtstrom $\underline{I}_{ges}$ als auch die Spannung $\underline{U}_Q$ werden zeichnerisch ermittelt, nachdem man mittels des Gesamtstroms die noch verbleibende Spannung $\underline{U}_{C2}$ berechnet und einzeichnet.
Zeichnerisch wird mit der gegebenen Spannung $\underline{U}_{L1}$ begonnen (auch wenn in der Aufgabenstellung diese Spannung nur $\underline{U}_L$ heißt – es ist keine andere Spannung in der Schaltung eingezeichnet). Der Winkel beträgt $-53°$ zur reellen Achse. Diese Spannung eilt dem Strom $\underline{I}_1$ um 90° vor. Dieser Strom liegt demnach im III. Quadranten – der Winkel ist $-143°$. Mit diesem Strom in Phase ist die Spannung $\underline{U}_R$. Die Spannung $\underline{U}_{C1}$ eilt dem Strom 90° nach, liegt also auf einer Wirkungslinie mit der Spannung $\underline{U}_{L1}$ und ist 180° zur ihr verschoben. Die geometrische Summe dieser drei Spannungen ist die Spannung $\underline{U}_{L2}$. Zu ihr eilt der Strom $\underline{I}_2$ um 90° hinterher. Die beiden Ströme liegen nicht im 90° Winkel zueinander. Deswegen können sie nicht auf einfache Art und Weise zusammen zum Gesamtstrom $\underline{I}_{ges}$ verrechnet werden, sondern dieser wird zeichnerisch ermittelt.



Die Länge des Stroms $\underline{I}_{ges}$ beträgt 7,1 cm, das entspricht 1,42 A. Damit ergibt sich:

$$\underline{\underline{\left|\underline{U}_{C2}\right|}} = \left|\underline{I}_{ges} \cdot j \cdot X_{C2}\right| = \left|\underline{I}_{ges}\right| \cdot \left|j \cdot X_{C2}\right| = \left|\underline{I}_{ges}\right| \cdot \left|X_{C2}\right| = 1{,}42\,\mathrm{A} \cdot 10\,\Omega = \underline{\underline{14{,}2\,\mathrm{V}}}$$

Die Spannung $\underline{U}_{C2}$ fängt dort an, wo die Spannung $\underline{U}_{C1}$ bzw. $\underline{U}_{L2}$ aufhört. Sie ist 90° nacheilend zum Strom $\underline{I}_{ges}$. Die Summe der Spannungen $\underline{U}_{L2}$ und $\underline{U}_{C2}$ ist die Quellenspannung $\underline{U}_Q$. Diese Spannung eilt dem Gesamtstrom vor. Damit belastet die Schaltung die Quelle induktiv. Die Länge des Zeigers $\underline{U}_Q$ – also $\left|\underline{U}_Q\right|$ – ist 3,14 cm. Dies entspricht 6,28 V.